

DOI: 10.7652/xjtuxb201402017

单水库汛期分段线性调度的在线策略与分析

汝海^{1,2}, 高峰^{1,2}, 徐寅峰³, 管晓宏²

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 3. 西安交通大学管理学院, 710049, 西安)

摘要: 针对汛期内洪峰到达水库时刻不确定情形下如何调度水电站库容以最小化水电站汛期内总损失的问题, 设计了放水速率可变的多时段水电站在线调度策略。该策略基于在线竞争分析的方法, 平衡了水电站低水位发电与弃水两方面的损失, 使得洪峰在任意时段内到达水库造成的水电站汛期内总损失上限相等且最小; 给出该策略相对于离线最优策略的竞争比并证明策略最优性。实际水库的仿真实验结果表明, 竞争比的大小只与在线损失有关, 当且仅当库容均匀变化的区间长度相等且洪峰在各个调度区间的端点处到来造成的损失相等时, 水电站汛期在线总损失上限最小。与传统调度策略相比, 在线调度策略有效降低了损失及损失上限值, 损失平均降低了 7.09%。

关键词: 在线策略; 竞争比; 水库调度; 汛期损失

中图分类号: TK79 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)02-0099-06

An Online Strategy for Piecewise Linear Scheduling of Hydroelectric Station

RU Hai^{1,2}, GAO Feng^{1,2}, XU Yinfeng³, GUAN Xiaohong²

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

3. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A multi-period online strategy is proposed to deal with the hydroelectric station scheduling problem during the flood season when arrival time of flood peak is uncertain. The purpose of the strategy is to minimize the total loss. The strategy bases on the online competitive analysis, and makes a trade-off between the losses caused by low water head and by surplus water. The strategy equalizes and minimizes all the upper bounds of total losses brought by the arrival of the flood peak at different periods. The competitive ratio of the online strategy is given and the optimality of the strategy is proved. The competitive ratio is only related to the online loss, and the upper bound of total loss gets its minimum if and only if all the lengths of periods are equal and losses brought by the arrival of flood peak at all the endpoints of the periods are equal. Numerical tests and comparisons with the traditional strategy show that the total loss using the proposed strategy decreases by 7.09%.

Keywords: online strategy; competitive ratio; hydroelectric station scheduling; loss of flood season

关于水电站如何有效调节库容、使得水库汛期内总损失最小的问题, 已经有大量的研究文献^[1-2]。以往对于水库汛期调度的研究, 通常基于假设各个阶段自然来水量信息满足某种假设分布或者事先已

收稿日期: 2013-05-23。 作者简介: 汝海(1983—), 男, 博士生; 高峰(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60921003, 60974101, 61221063)。

网络出版时间: 2013-11-15 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20131115.0915.002.html>

知,进而建立优化模型,改进优化算法,采用数值分析等方法,给出水库的优化控制方法。

水库汛期来水带有很强的不确定性,一个汛期内很难符合某种具体规律。在现有预测手段中,洪水预报提前量有限,国内水库汛期调度中大都采取最保守的调度策略,即在进入汛期前水库就处于限制水位,使水库长时间处于低水位发电的状态。当汛期来水晚于年平均到达时间时,就会因为水库长时间处于低水位状态,带来发电效益以及工农业日常用水调度上的巨大损失。相应地,若不在进入汛期前降低水库水位,当洪峰过早到达水库,会造成水库水位过高,产生大量弃水,甚至有溃坝的风险。

本文针对洪水发生时刻不确定性造成的矛盾,考虑在汛期内单一洪峰过境的情形下水库的调度问题,从在线理论和竞争分析^[3-5]的角度研究水库发电调度问题,根据单水库发电调度的具体问题做出一些假设,建水库和洪水模型,基于模型提出汛期库容调度策略,随后设计实验验证调度效果。

若洪峰到达水库的时刻 t_f 在进入汛期时已知,则如何调整库容以减小汛期内水库总损失为一个离线优化问题,用 $C_{\text{opt}}(t_f)$ 表示汛期离线总损失。若在进入汛期前洪峰到达水库的时刻 t_f 未知,为在线调度问题,用 $C(g(\cdot), t_f)$ 表示某一水库库容调度的在线策略 $g(\cdot)$ 对应的在线汛期总损失^[6-7]。定义该在线策略对应的竞争比为

$$c = \sup_{t_f} \{C(g(\cdot), t_f) / C_{\text{opt}}(t_f)\}, \quad t_f \in [0, T] \quad (1)$$

在线策略集中,竞争比 c 最接近 1 的策略 $g^*(\cdot)$ 为最优在线策略。最优策略表达式为

$$g^*(\cdot) = \arg \min_{g(\cdot)} \{ \sup_{t_f} \{C(g(\cdot), t_f) / C_{\text{opt}}(t_f)\} \} \quad (2)$$

1 问题背景和建模

1.1 问题背景

假设单水库在汛期中一段时间内会有一次洪峰过境,并假设洪水总来水量与水库调节库容相等。未知洪峰具体到达时间,且需要在汛期开始阶段制定库容变化曲线,如图 1 所示。在洪峰到达水库之前,水库按照制定的曲线调整库容大小,当洪峰过境后,水库恢复最大库容。

图 1 中虚线表示汛期开始时制定的库容变化策略,实线表示洪水在 t_f 时刻到达水库对应的实际库容变化曲线。洪峰到达水库后,若水库总库容超出

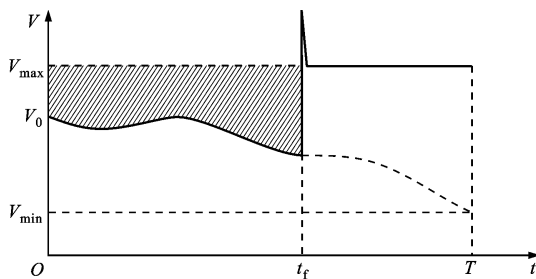


图1 汛期水电站库容变化示意图

最大库容值,则须弃水,造成的损失称为弃水损失。水库为了减小弃水损失会提前腾出一部分防汛库容,使得水库处在低水位的状态,从而造成发电效率降低以及水库发电调度方面的损失,称为低水位损失。本文致力于如何有效平衡两部分损失以减小汛期内水库总损失。

1.2 模型建立

汛期总时长为 T , 时间点用 t 表示, $t \in [0, T]$ 。汛期调度分为 n 个时段, 分别用 i 表示, $i = \{1, 2, \dots, n\}$, 每个时段时长用 T_i 表示, 每时段中库容匀速变化, 整体库容曲线为分段线性曲线, 如图 2 所示。

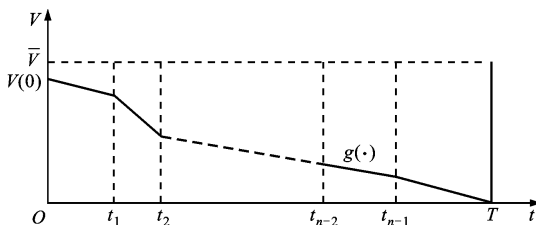


图2 库容分段线性变化示意图

(1) 水库设定。水库最大库容为 V_{max} , 防洪最小库容为 V_{min} , 定义最大可调节库容 $\bar{V} \triangleq V_{\text{max}} - V_{\text{min}}$ 。水库 t 时刻实时库容为 V_t 。可调节库容为

$$V(t) = V_t - V_{\text{min}}, \quad V(t) \in [0, \bar{V}] \quad (3)$$

为方便计算, 在后文中只讨论可调节库容 $V(t)$ 。水库瞬时最大出水量为 q_{max} , 持续以最大出水量放水, 经过 m 单位时间可以从最大库容降到最小库容, 即 $V = q_{\text{max}} m$, 并有 $|d(V_t)/dt| \leq q_{\text{max}}$ 。

当洪峰到来, 水库总水量超出最大库容的部分为弃水。弃水量为

$$s_t = \begin{cases} 0, & t \neq t_f \\ V_t + V_f - V_{\text{max}}, & t = t_f \end{cases} \quad (4)$$

式中: V_f 是一次洪峰过境到来的总水量。

(2) 来水量设定。进入汛期后, 在 $[0, T]$ 内的某一未知时刻, 水库会经历一次洪峰, 设洪峰到达时刻为 t_f , $t_f \in [0, T]$ 。为简化分析, 假设洪水总来水量

会在洪峰到达时刻全部到达水库,洪水总体积为 V_f ,且总量等于调节库容,即 $V_f = \bar{V}$ 。非洪峰时刻的瞬时来水量为 w_t ,放水量为 Q_t ,在无库容变化需求时,放水量与来水量相等, $Q_t = q(t) + w_t$ 。 $q(t)$ 为 t 时刻库容变化量, $d(V(t))/dt = q(t)$ 。

(3)决策量。 $V(t)$ 在线策略 $g(\cdot)$ 为分段线性变化的实时库容大小。如图2所示, $g(\cdot)$ 曲线表示在洪峰到达前的库容变化曲线。策略决定的水库瞬时库容为

$$V(t) = g(t), 0 \leq t \leq T, V(t) \in [0, \bar{V}] \quad (5)$$

(4)损失函数。 $C(g(\cdot), t_f)$ 表示汛期总损失, $g(\cdot)$ 为库容变化策略, t_f 为洪峰到达时刻。

$$C(g(\cdot), t_f) = \int C(g(t), t_f) dt = \int_{t=0}^T C(g(\cdot), t_f) dt \quad (6)$$

$C(g(t), t_f)$ 表示第 t 时间点的瞬时损失。

$$C(g(t), t_f) = C(g(\cdot), t_f) dt = \begin{cases} \alpha(\bar{V} - g(t)) dt, & t \neq t_f \\ \beta s_t, & t = t_f \end{cases} \quad (7)$$

$$s_t = (V_f + V(t)) - \bar{V} = V(t) = g(t) \quad (8)$$

$$C(g(\cdot), t_f) = \int_0^{t_f} \alpha(\bar{V} - g(t)) dt + \beta s_{t_f} \quad (9)$$

式(9)中:等号右边2项分别表示低水位损失和弃水损失; α 、 β 是对应的损失惩罚系数,根据实际损失比例,给出两个惩罚系数的大小关系为 $\beta/\alpha > T/2$ 。

如图1所示,损失函数等价于求解阴影部分面积与损失惩罚系数 α 的乘积再加上弃水损失。当库容匀速变化,则库容曲线在 $t \in [t_{i-1}, t_i]$ 内为一条直线,如图3所示,对应的阴影面积为梯形。当 $t_f \in [t_{i-1}, t_i]$ 时,由式(8)、式(9)得区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的总损失函数

$$C(g(\cdot), t_f) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} C(g(\cdot), t_f) dt = (1/2)\alpha(\bar{V} - g(t_{i-1}) + \bar{V} - g(t_i))(t_i - t_{i-1}) + \beta g(t_f) \quad (10)$$

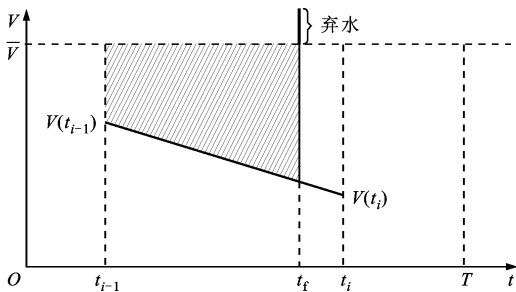


图3 洪峰时段库容变化示意图

2 离线策略分析

离线策略预先知道汛期来水序列,从而针对来水序列设计最优对应库容调整策略,用 $C_{opt}(t_f)$ 表示洪峰在 t_f 时刻到达水库的最小损失,相应的库容调整策略 $g_{opt}(\cdot)$ 为 t_f 时刻的最优策略。

对于本问题,若事先知道洪峰到达时刻为 t_f , $t_f \in [0, T]$,则最优策略为水库在 $[0, t_f - m]$ 时段一直维持最高水位发电,之后从 $t_f - m$ 时刻开始全力放水,于是在 t_f 时库容恰好达到防汛库容,而当 t_f 时刻洪峰到来之后,水电站又恢复最高水位的发电调度,从而使得整体损失最小,即

$$g_{opt}(t) = \begin{cases} \bar{V}, & 0 \leq t < t_f - m \\ \bar{V} - (t - t_f + m)q_{max}, & t_f - m \leq t < t_f \\ \bar{V}, & t_f \leq t \leq T \end{cases} \quad (11)$$

代入式(10)可得

$$C_{opt}(t_f) = \int_{t_f - m}^{t_f} C(g_{opt}(\cdot), t_f) dt = (1/2)\alpha m \bar{V} \quad (12)$$

其离线最优性在参考文献[8]中给出了证明。

洪峰在汛期内任意时刻到达水库,其最小损失值是一个定值。当 $t_f < m$ 时,需从汛期开始前放水至最低水位,损失值不变。当 $t_f \in [0, T]$ 时, $C_{opt}(t_f)$ 为一个定值。因此,式(1)中的目标函数等价于求解 $\min_{g(\cdot)} \{ \max_{t_f} C(g(\cdot), t_f) \}$ 。使得在线损失最小的策略即为最优在线策略。

3 在线策略求解与分析

在线情形下,洪峰到达水库的时刻未知。将汛期划分为 n 个匀速放水时段,每时段时长 T_i 任意,且每个时段内库容匀速变化,如图2所示。研究目标为汛期整体在线损失最小,等价于制定合适的 $\{0, t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T\}$ 与 $\{V(0), V(t_1), V(t_2), \dots, V(t_n)\}$,使汛期整体在线损失最小,其中 $t_0 = 0, t_n = T$ 。

3.1 库容分段线性变化的几个性质定理

当库容分段线性变化时,有如下3个定理。

定理1 在某一时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内,库容匀速变化,当洪峰在该时段内到来时,区间内损失最大值出现在洪峰时段起点或终点处到来的情形下。

证明:等价于证明当 $t_f \in [t_{i-1}, t_i]$ 时,有

$$\max_{t_f \in [t_{i-1}, t_i]} \{ C(g(\cdot), t_f) \} = \max_{t_f \in [t_{i-1}, t_i]} \{ C(g(\cdot), t_{i-1}), C(g(\cdot), t_i) \} \quad (13)$$

在时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的库容变化曲线如图3所示,由式(10)得策略在时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的损失函数

$$C(g(\cdot), t_i) = (1/2)\alpha(\bar{V} - g(t_{i-1}) + \bar{V} - g(t_i))(t_i - t_{i-1}) + \beta g(t_i) \quad (14)$$

验证当 t_i 在区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 内时损失函数的凸凹性质, 需要求解损失对于 t_i 的二次导数。

策略在时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内库容均匀变化, 则 t_i 时刻库容的线性表达式为

$$g(t_i) = g(t_{i-1}) - (t_i - t_{i-1})(g(t_i) - g(t_{i-1})) / (t_i - t_{i-1}) \quad (15)$$

代入式(14)得

$$C(g(\cdot), t_i) = (1/2)\alpha \frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} (t_i - t_{i-1})^2 + \beta g(t_{i-1}) + \alpha(\bar{V} - g(t_{i-1}))(t_i - t_{i-1}) - \beta \frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} (t_i - t_{i-1}) \quad (16)$$

求总损失对 t_i 的二阶导数得

$$\frac{d^2 C(g(\cdot), t_i)}{dt_i^2} = \alpha \frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} > 0 \quad (17)$$

损失函数是凸函数, 则损失最大值只会出现在区间两端点处, 即 $t_i = t_{i-1}$ 或 $t_i = t_i$ 处。

证毕。

当 $t_i < t_{i-1}$ 时, 时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的损失为 0, 当 $t_i > t_i$ 时, 时段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的损失为固定的低水位损失值。定理 1 证明, 汛期内最大损失值只出现于洪峰在各个时段的起止端点处到达的情形, 即 $\{0, t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T\}$ 处。

定理 2 在策略集中, 若洪峰在最后的时段, 即第 n 时段内到达水库, 库容 $\{V(0), V(t_1), V(t_2), \dots, V(t_{n-1})\}$ 任意给定, 当且仅当 $V(t_n) = 0 (t_n = T)$, 使得汛期内总损失上限最小。

证明: 如图 4 所示, 在第 n 时段内, 库容变化曲线的直线方程为

$$g(t) = \begin{cases} y_1(t) = V(t_{n-1}) - t \frac{V(t_{n-1})}{x}, & x > T \\ y_2(t) = V(t_{n-1}) - t \frac{V(t_{n-1})}{T}, & x = T \\ y_3(t) = \begin{cases} V(t_{n-1}) - t \frac{V(t_{n-1})}{x}, & t_{n-1} \leq t \leq x < T \\ 0, & x < t \leq T \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

式中: x 为不考虑洪水因素, 水库以均匀速率放水至

最低水位的时间点。当 $x = T$ 时, 末水位恰好落在 0 水位处。相应的策略集分别用 $y_1(\cdot), y_2(\cdot), y_3(\cdot)$ 表示, 等价于证明 $g(\cdot) = y_2(\cdot)$ 时的损失上限最小。由定理 1 得最大损失出现在区间两端。最大值比较则只需比较 $t_i = t_{n-1}$ 和 $t_i = t_n$ 时 3 种策略集对应的总损失。

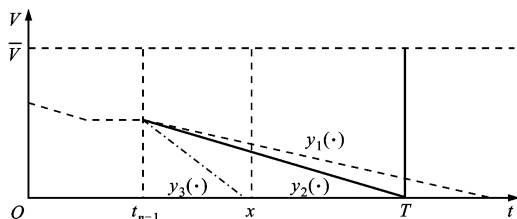


图 4 第 n 时段库容变化策略集

当 $t_i = t_{n-1}$ 时, 因为 $y_1(\cdot), y_2(\cdot), y_3(\cdot)$ 的初始库容 $V(t_{n-1})$ 相等, 代入式(10)计算, 有

$$C(y_1(\cdot), t_{n-1}) = C(y_2(\cdot), t_{n-1}) = C(y_3(\cdot), t_{n-1}) \quad (19)$$

当 $t_i = t_{n-1}$ 时, 3 个策略集的总损失大小相等。

在 $t_i = T$ 时, 对应的汛期总损失由式(10)求解。代入数值计算得到

$$C(y_2(\cdot), T) - C(y_1(\cdot), T) < 0 \quad (20)$$

$$C(y_2(\cdot), T) - C(y_3(\cdot), T) < 0$$

由式(19)、式(20)得

$$\max\{C(y_2(\cdot), t_i)\} \leq \max\{C(y_1(\cdot), t_i)\} \quad (21)$$

$$\max\{C(y_2(\cdot), t_i)\} \leq \max\{C(y_3(\cdot), t_i)\}$$

即调度策略 $g(\cdot) = y_2(\cdot)$ 时, 损失上限最小。

证毕。

定理 2 证明, 在所有策略集中均有最优策略的末水位 $V(t_n) = 0 (t_n = T)$ 。

定理 3 在第 i 时段内, 当时段长度 T_i 与时段末水位 $V(t_i)$ 任意给定时, 有且仅有一个时段初始水位 $V^*(t_{i-1})$ 使得洪峰在 $t_i = t_{i-1}$ 和 $t_i = t_i$ 到来造成的汛期总损失相等, 且该损失即为时段内最小的损失上限。

证明: 等价于证明有 $g(t_{i-1}) = V^*(t_{i-1})$, 使得 $C(g(\cdot), t_{i-1}) = C(g(\cdot), t_i)$ 时, $\max_{t_i} C(g(\cdot), t_i)$ 最小。

当 $t_i = t_{i-1}$ 时, 区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 内的弃水大小由式(8)得 $s_{t_{i-1}} = V(t_{i-1})$, 代入式(10)得

$$C(g(\cdot), t_{i-1}) = \beta V(t_{i-1}) \quad (22)$$

当 $t_i = t_i$ 时, 由式(10)得

$$C(g(\cdot), t_i) =$$

$$(1/2)\alpha(\bar{V}-V(t_{i-1})+\bar{V}-V(t_i))T_i+\beta V(t_i) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \min_{g(\cdot)}\{\max_{t_i}C(g(\cdot),t_i)\} = \\ \min\{C(g(\cdot),t_{i-1}),C(g(\cdot),t_i)\} = \\ \min\{\beta V(t_{i-1}), (1/2)\alpha(\bar{V}-V(t_{i-1})+ \\ \bar{V}-V(t_i))T_i+\beta V(t_i)\} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(C(g(\cdot),t_{i-1}))}{dV(t_{i-1})} = \beta > 0, \text{是增函数;} \\ \frac{d(C(g(\cdot),t_i))}{dV(t_{i-1})} = -(1/2)\alpha T < 0, \text{是减函数。} \end{aligned}$$

当 $V(t_{i-1})$ 增加时, $C(g(\cdot), t_{i-1})$ 增加, $C(g(\cdot), t_i)$ 减小。有且只有一个 $V^*(t_{i-1})$ 使 $C(g(\cdot), t_{i-1}) = C(g(\cdot), t_i)$ 。根据函数增减性得:

当 $V(t_{i-1}) > V^*(t_{i-1})$ 时, $C(g(\cdot), t_{i-1}) > C(g^*(\cdot), t_{i-1})$;

当 $V(t_{i-1}) < V^*(t_{i-1})$ 时, $C(g(\cdot), t_i) > C(g^*(\cdot), t_i)$ 。

当且仅当 $V(t_{i-1}) = V^*(t_{i-1})$ 时, 洪峰在区间内到达造成的损失上限最小^[8-9]。

证毕。

定理3证明了在一个库容匀速变化的时段内, 当洪峰在时段初与时段末到来造成的损失相等时, 该时段内的损失上限最小。

3.2 在线策略

如图2所示, 汛期内水库有 n 个不同时段, 时段时长分别为 T_i , 各时段共有 $n+1$ 个端点分别表示为 $\{0, t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, T\}$, 每个时段内库容独立匀速变化。此条件下库容调整的最优在线策略 ULB (Uniform Loss Bound) 算法如下。

n 个时段长度均为 T/n , 即 $T_i^* = T/n$ 。在洪峰到来前, 各个端点处的库容为

$$g^*(t_i) = \bar{V} - \left((\beta/\alpha - T/2n) / (\beta/\alpha + T/2n) \right)^{n-i} \bar{V} \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (25)$$

各个端点最优值为 $t_i^* = i \cdot T/n, i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ 。

当洪峰到来后, 水库维持在最高库容处发电调度。ULB 策略的瞬时库容大小为

$$g^*(t) = \begin{cases} V(t_{i-1}) + \frac{V(t_i) - V(t_{i-1})}{T_i}, & t \in [t_{i-1}, t_i], t < t_i \\ \bar{V}, & t \geq t_i \end{cases} \quad (26)$$

对于每一个水库模型, 策略中对应的参数都有具体参数值, 所以策略是确定性策略。

库容按最优策略调整时的最优竞争比为

$$C_{ULB} = \beta(1 - ((\beta/\alpha - T/2n)/(\beta/\alpha + T/2n))^n) / ((1/2)\alpha n) \quad (27)$$

式中的参数对于任意给定的水库均为确定值。

式(25)等价于

$$\begin{aligned} \bar{V} - V(t_i) &= ((\beta/\alpha - T_1/2)/(\beta/\alpha + T_1/2)) \\ & \quad (\bar{V} - V(t_{i-1})) \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (28)$$

下面采用归纳法证明。

(1) 当 $n=1$ 时, $T_1 = T/n = T$ 。由定理3得 $C(g(\cdot), t_0) = C(g(\cdot), t_n)$ 时, 损失上限最小。等式两端分别将式(22)、式(10)代入得

$$\begin{aligned} \beta V(t_0) &= (1/2)\alpha(\bar{V} - V(t_0) + \bar{V} - V(t_1))T_1 + \\ \beta V(t_1)V(t_0) &= \bar{V} - \bar{V}((\beta/\alpha - T_1/2)/(\beta/\alpha + T_1/2)) \end{aligned} \quad (29)$$

显然命题在 $n=1$ 时成立。

(2) 假设在 $n=k, k \geq 1$ 时命题成立。当 $t_i \in [t_0, t_n]$ 时, 损失上限大小为 $\beta V(t_0)$, 当且仅当 $T_i = T/k$, 且

$$\begin{aligned} V(t_i) &= \bar{V} - ((\beta/\alpha - T - T_1/2k)/(\beta/\alpha + T - T_1/2k))^{k-i} \bar{V} \\ i &= 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (30)$$

(3) 当 $n=k+1$ 时, t_1 时刻任意给定, 从 t_1 至 t_n 时刻共有 k 个时段, 这 k 个时段等价于第2点假设, $T_{i+1} = T/k, i = \{1, 2, \dots, k+1\}$ 。只需求解使得损失最小的 $V(t_0)$ 和 T_1 。由定理3得, 当 $t_i \in [t_0, t_1]$ 时, 要使损失上限最小, 当且仅当 $C(g(\cdot), t_0) = C(g(\cdot), t_1)$ 。

由式(28)得

$$\begin{aligned} \bar{V} - V(t_0) &= \\ ((\beta/\alpha - T_1/2)/(\beta/\alpha + T_1/2))(\bar{V} - V(t_1)) \end{aligned}$$

将式(29)代入化简得

$$V(t_0) = \bar{V} - \frac{\beta/\alpha - T_1/2}{\beta/\alpha + T_1/2} \left(\frac{\beta/\alpha - T - T_1/2k}{\beta/\alpha + T - T_1/2k} \right)^k \bar{V} \quad (31)$$

由式(31), $V(t_0)$ 对 T_1 求一阶导数, 可以推导

得到, 当且仅当 $T_1 = T - T_1/k$ 时, $\frac{dV(t_0)}{dT_1} = 0$, $\beta V(t_0)$ 有最小值。解得 $T_1 = T - T_1/k = T/(k+1)$, 即 $T_i = T/n$, 代入式(31)得

$$V(t_0) = \bar{V} - ((\beta/\alpha - T/2n)/(\beta/\alpha + T/2n))^n \bar{V}$$

证毕。

最优策略的竞争比由式(27)得

$$c_{\text{ULB}} = \min_{g(\cdot)} \{ \max_{t_i} \{ C(g(\cdot), t_i) / C_{\text{opt}}(t_i) \} \} =$$

$$\beta \left(1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} - \frac{T}{2n} \right) \frac{\beta}{\alpha} + \frac{T}{2n} \right)^n \bigg/ \frac{1}{2} \alpha m$$

在 n 值任意给定时,当且仅当汛期均匀分成 n 段,且洪峰在每个分段点处到达造成的总损失相等时,汛期内的损失上限最小。符合以上条件的在线策略为最优在线策略。

4 数值仿真与分析

选取某水库从 2005 年到 2010 年间的汛期来水数据,进行数值仿真实验。该水库位于陕西省汉江流域,最大库容 $25.85 \times 10^8 \text{ m}^3$,最小库容 $15.65 \times 10^8 \text{ m}^3$ 。最大发电用水量 $1\,216 \text{ m}^3/\text{s}$,选取汛期 2 个月,以天为单位, $T=60\text{d}$, $m=3\text{d}$,根据水库历年数据换算得到 $\alpha=0.001 \text{ 元}/\text{d} \cdot \text{m}^3$, $\beta=0.187 \text{ 元}/\text{m}^3$ 。

4.1 策略损失对比

图 5 中直线表示水库分 5 个调度时段 ($n=5$) 库容均匀变化时,在线调度策略 ULB 算法针对多次不同来水序列的总损失上限;点阵为 $n=5$ 的随机策略(在 $n=5$ 的条件下,随机设定各个时段长度以及初始库容大小,进而计算该条件下的调度策略,称为随机策略)对应多次不同来水序列的总损失上限。

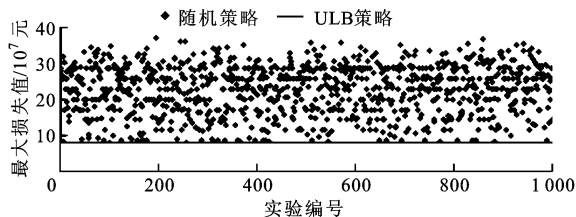


图 5 ULB 策略与随机策略的损失对比

图 6 为选取 2005 到 2010 年间多次单洪峰过境的调度时段(每个时段长度不等),随机调度策略与 ULB 策略分别对应的损失上限。上方虚线为随机策略对应的损失值,下方实线为 ULB 策略对应的损失值。

在各种不同来水序列下,与不同策略的对比中,实验验证了时段数 n 确定时,ULB 策略是损失上限最小的在线策略。并且与传统调度策略相比,ULB 策略有效降低了损失及损失上限值,损失平均降低了 7.09 %。

4.2 调度时段数与库容变化及损失上限的关系

当调度时段数为 $n=2$ 与 $n=5$ 时,分别求其最

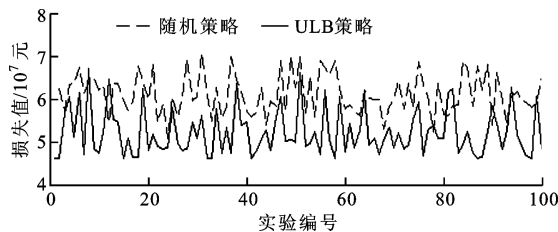
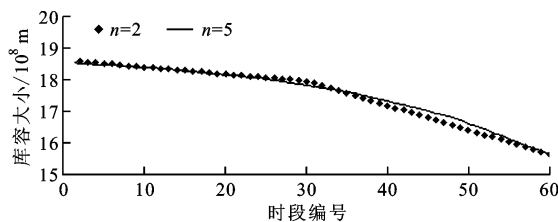


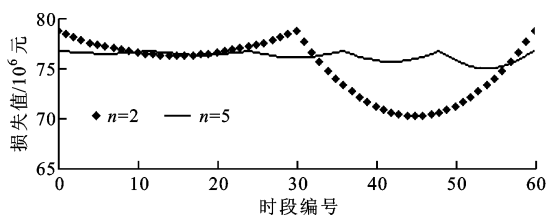
图 6 ULB 策略与传统策略的损失对比

优的库容变化曲线以及对应的随 $t_i \in [0, T]$ 变化的损失函数曲线。如图 7 所示,虚线为 $n=2$ 时对应的曲线,实线为 $n=5$ 对应曲线;图 7a 为两 n 值对应的汛期内水库在洪峰到达前的库容调整策略曲线,图 7b 为汛期内洪峰在 $[0, T]$ 时刻到来对应的汛期内总损失大小。

水电站分段均匀调整库容时,当可调节时段划分越多时,对应的汛期初始水位越低,汛期总损失上限也越小。洪峰在每个调度时段端点处到达水库时,造成的汛期总损失较大,在调度时段中段到达水库时,造成的汛期总损失相对较小。



(a) 洪峰到达前的库容调整策略曲线



(b) 洪峰在 $[0, T]$ 时刻到来对应的汛期内总损失大小

图 7 库容变化曲线与损失对比

5 结 语

本文讨论了短期调度水电站汛期内遇到单一洪峰的水电站库容调度问题,用在线算法的思想进行分析与决策。首先讨论了各种情形下的离线策略,确定离线损失为一个定值,竞争比的大小只与在线损失大小有关。进而分析了多时段可变库容条件下的在线策略,当且仅当库容变化区间长度相等且洪峰在各个调度区间的端点处到来造成的损失大小相

等时,水电站汛期在线总损失上限最小。给出了最优在线策略 ULB 策略与最优竞争比 c_{ULB} ,并证明了最优性。最后,用安康水库实际数据设计实验,验证了算法性能,ULB 策略有效降低了水电站汛期内的损失上限。

参考文献:

- [1] XU Chenguang, ZHAO Maihuan. Flood control compensation benefit calculation of large reservoir [C]// Proceedings of the Bioinformatics and Biomedical Engineering. Piscataway, NJ, USA: IEEE Computer Society, 2010: 1-4.
- [2] PIEKUTOWSKI R, LITWINOWICZ T, FROWD R J. Optimal short-term scheduling for a large scale cascaded hydro system [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, 9(2): 805-811.
- [3] 钱晓龙,唐立新,刘文新. 动态调度的研究方法综述 [J]. 控制与决策, 2001, 16(2): 141-145.
QIAN Xiaolong, TANG Lixin, LIU Wenxin. Dynamic scheduling: a survey of research methods [J]. Control and Decision, 2001, 16(2): 141-145.
- [4] 徐维军,徐寅峰,卢致杰,等. 占线决策问题及竞争分析方法 [J]. 系统工程, 2005, 23(5): 106-110.
XU Weijun, XU Yinfeng, LU Zhijie, et al. Online decision problems and method research of competitive analysis [J]. Systems Engineering, 2005, 23(5): 106-110.
- [5] BORODIN A, EI-YANIV R. Online computation and competitive analysis [M]. London, England: Cambridge University Press, 2005.
- [6] XU Yinfeng, ZHANG Wenming, ZHENG Feifeng. Optimal algorithms for the online time series search problem [J]. Theoretical Computer Science, 2011, 412(3): 192-197.
- [7] 吴宏宇,管晓红,翟桥柱,等. 水火电联合短期调度的混合整数规划方法 [J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(28): 82-88.
WU Hongyu, GUAN Xiaohong, ZHAI Qiaozhu, et al. Short-term hydrothermal scheduling using mixed-integer linear programming [J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2009, 29(28): 82-88.
- [8] RU Hai, GAO Feng, GUAN Xiaohong. Online strategy for scheduling a hydroelectric station [C]// Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE,

2012: 2479-2484.

- [9] 余昇,徐寅峰,郑斐峰. 太湖水华危机应急预案在线风险补偿启动策略 [J]. 运筹与管理, 2011, 20(2): 117-124.
YU Sheng, XU Yinfeng, ZHENG Feifeng. Online risk-reward starting strategy of emergency preplan against water bloom crisis in Taihu Lake [J]. Operations Research and Management Science, 2011, 20(2): 117-124.

[本刊相关文献链接]

- 刘连理,李庆,顾运,等. 电力定价策略的多目标优化模型及其应用. 2013, 47(10): 115-120. [doi:10.7652/xjtuxb201310020]
- 徐超,曾学文,郭志川. CARA: 一种采用组合拍卖的智能电视终端多资源分配机制. 2013, 47(10): 25-30. [doi:10.7652/xjtuxb201310005]
- 王兆杰,高峰,翟桥柱,等. 高耗能企业关口平衡问题的双目标规划模型. 2013, 47(8): 26-32. [doi:10.7652/xjtuxb201308005]
- 杨庆浩,胡海军,王明坤,等. 风险维修策略在石化系统检修周期优化中的应用. 2013, 47(6): 130-136. [doi:10.7652/xjtuxb201306022]
- 吴雄,王秀丽,崔强. 考虑需求侧管理的微网经济优化运行. 2013, 47(6): 90-96. [doi:10.7652/xjtuxb201306016]
- 林军,倪宏,孙鹏,等. 一种采用神经网络 PID 控制的自适应资源分配方法. 2013, 47(4): 112-117. [doi:10.7652/xjtuxb201304019]
- 杜立新,孟祥旭,刘士军,等. 基于服务提供者获益的服务响应选择方法. 2012, 46(11): 112-119. [doi:10.7652/xjtuxb201211021]
- 薛峰,周亚东,高峰,等. 一种突发性热点话题在线发现与跟踪方法. 2011, 45(12): 64-69. [doi:10.7652/xjtuxb201112012]
- 胡鹤,胡昌振,姚淑萍. 应用部分马尔科夫博弈的网络安全主动响应决策模型. 2011, 45(4): 18-24. [doi:10.7652/xjtuxb201104004]
- 鲍崇高,高义民,邢建东. 水轮机过流部件材料的冲蚀磨损腐蚀及其交互作用. 2010, 44(11): 66-70. [doi:10.7652/xjtuxb201011014]
- 曹仰杰,钱德沛,伍卫国,等. 一种面向多处理器系统的在线低功耗调度算法. 2010, 44(8): 15-19. [doi:10.7652/xjtuxb201008004]
- 许晓雯,王嘉寅,唐佩佳,等. 肾源分配网络的局内交换机制设计. 2010, 44(4): 23-27. [doi:10.7652/xjtuxb201004006]

(编辑 武红江)